

TP #2: turbulence

1 Introduction

Les motivations de ce TP sont multiples. Chacune des composantes du système océan-atmosphère est turbulente. La turbulence génère de la variabilité naturelle. La turbulence et en particulier les flux turbulents qu'elle induit participent à l'équilibre avec le forçage. La turbulence est entretenue par le forçage via des instabilités. La turbulence transfère l'énergie à travers les échelles via des cascades. Les propriétés de la turbulence dépendent des échelles: turbulence 2D et quasi-géostrophique à la mésoéchelle, turbulence stratifiée à plus petite échelle.

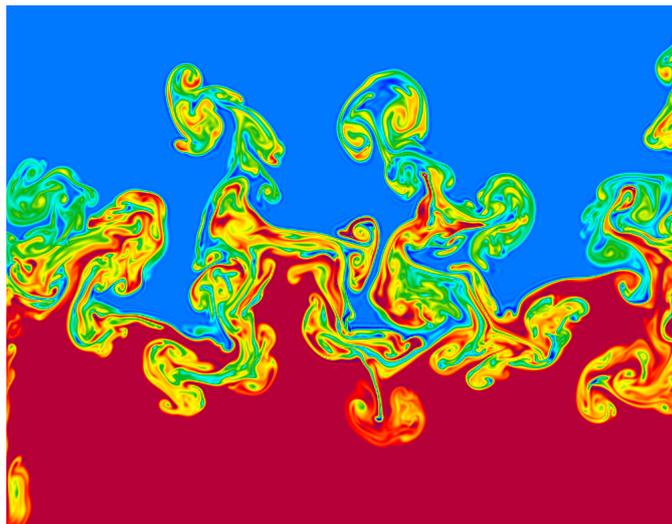


Figure 1: Champ de flottabilité durant une instabilité de Taylor. Le fluide dense (bleu) est initialement au dessus du fluide léger (rouge). Le domaine est fermé sur les bords latéraux.

Ce TP sur la turbulence a donc pour objectif de vous familiariser avec les notions de

- instabilité dans les fluides
- cascade d'énergie

- équilibrage d'un système forcé-dissipé
- flux turbulents et paramétrisation

Le programme est copieux. Quels que soient vos prérequis vous devez pouvoir trouver matière à découverte. Vous pouvez essayer de tout voir, ou explorer à fond un point particulier ou n'importe quelle combinaison. Vous pouvez aussi ajouter des ingrédients aux expériences pour aller plus avant dans un phénomène qui vous intéresse.

Conseils

- Les équations des modèles sont donnés à la fin de ce document.
- Commencez vos expériences avec l'affichage interactif activé pour tout de suite voir ce qu'il se passe. N'hésitez pas à changer la variable affichée `param.plot_var`.
- Pour gagner du temps ensuite vous pouvez désactiver l'affichage interactif. Normalement vous devriez pouvoir utiliser plusieurs processeurs `param.npx` et `param.npy`, ça va encore plus vite et permet de monter en résolution le cas échéant. Pour cela vous appelez

```
mpirun -np X python script_exp.py
```

en remplaçant `X` par le nombre de processeurs et `script_exp.py` par l'expérience que vous souhaitez. Attention il faut que `X=npx*npy` et `X` ne doit pas être plus grand que le nombre de cœurs dont dispose votre ordinateur.

2 Instabilités

Deux types d'instabilités hydrodynamiques sont proposées à votre étude

Instabilité de Taylor Elle se produit lorsque deux couches de fluide de densité différentes s'empilent dans le mauvais sens: la couche légère est sous la couche dense. Les paramètres sont: l'épaisseur de la transition et la résolution (`param.nx`).

Instabilité de cisaillement Elle se produit lorsque le cisaillement d'un jet change de signe. Il s'agit typiquement d'un jet à profil de vitesse localisé. La configuration en vorticités consiste en deux bandes de vorticités de signe opposées. Les paramètres sont: la largeur du jet et la résolution. Dans une moindre mesure l'instabilité dépend aussi du profil des vitesses (gaussien, cosinus etc)

Pour chacune des instabilités

1. observez les longueurs d'onde typiques de l'instabilité (l'échelle spatiale). Comment cela varie avec les paramètres du modèle (épaisseur de la couche de transition/largeur du jet, résolution)?
2. quel est l'état final auquel conduit l'instabilité? Quels sont les traits saillants par rapport à la situation de départ? La transformation de l'état initial en l'état final est fondamentale. Une instabilité est un processus irréversible qui relaxe le système d'un état instable et improbable vers un état stable.
3. Vérifiez que cette instabilité est un puissant moyen de réaliser du mélange (*both stirring and mixing*).
4. mettez en relation l'évolution des quantités intégrales (énergie, rms etc) avec la phénoménologie.
5. changez les conditions initiales légèrement (en modifiant le paramètre `scale` dans le bruit initial) et observez les différences sur la séquence d'événements. Il est essentiel de réaliser que le chemin particulier suivi est sans importance (le fait qu'un tourbillon soit formé ici ou là) car sensible aux conditions initiales, forcément arbitraires et connues avec une certaine précision. Vérifier que les quantités statistiques sont indépendantes d'une petite modification des conditions initiales. Ce qui compte sont les propriétés globales, i.e. statistiques.

Pour approfondir

1. l'instabilité de cisaillement possède de multiples variantes: en présence de rotation on parle d'instabilité barotrope, lorsque le cisaillement est vertical, d'instabilité barocline. La vorticité est alors à remplacer par la "vorticité potentielle". Vous pouvez utiliser le code dans sa version quasig ostrophique pour tester l'instabilité barotrope.
2. L'instabilité de cisaillement lorsqu'un forçage a tendance à créer un jet.
3. L'instabilité de Taylor est à la base de la convection. Elle se produit lorsque le système est chauffé par le bas ou refroidit par le haut.
4. En remettant les couches dans "le bon sens" (léger au dessus, dense au dessous), on se ramène à un système stable, les perturbations à l'interface deviennent alors des ondes interfaciales.

5. Les instabilités sont au cœur de la turbulence car elles génèrent des perturbations. Si l'instabilité est alimentée par un forçage externe, la source des perturbations devient continue.

3 Cascades

On appelle “cascade” d'énergie (et de variance d'une quantité en général) le processus par lequel l'énergie est transférée d'une échelle spatiale vers une autre via les interactions non-linéaires. Le terme d'interaction dans les équation fluide est le terme d'advection. En l'occurrence ici le terme $J(\psi, \omega)$ (cf. annexe).

En turbulence 3D, l'énergie cinétique a tendance à être transférée vers des échelles de plus en plus petites. On parle de cascade directe. En turbulence 2D, l'énergie cinétique cascade vers des échelles de plus en plus grandes. On parle de cascade inverse.

Le meilleur moyen d'observer cela est de réaliser une expérience de turbulence en déclin: on part d'une distribution aléatoire de vorticité (bruit blanc) et on laisse évoluer.

- Réaliser l'expérience de turbulence en déclin
- Quel est l'état final?
- Quel est le mécanisme de base responsable de la cascade inverse?
- Observer comment l'énergie et l'enstrophie varient. Quel est l'impact de la résolution sur l'évolution de ces quantités?

La variance d'un traceur passif, c'est à dire ne participant pas à la dynamique, subit une cascade directe dans un écoulement turbulent. Concrètement cela se traduit par une tendance à former des filaments.

Pour aller plus loin

- Le modèle de Boussinesq possède lui aussi une tendance à la cascade inverse d'énergie cinétique. Reprendre l'instabilité de Taylor en regardant maintenant l'évolution de la vorticité. Observez-vous la cascade inverse?
- Le modèle quasi-géostrophique possède lui aussi une cascade inverse pour l'énergie cinétique.
- Attention, ne confondez pas la notion de cascade avec celle de spectre.

4 Convection forcée

On se penche à présent sur l'expérience de Rayleigh-Benard (en 2D vertical). Le principe consiste à chauffer par le bas et à refroidir par le haut. On note Q le flux de chaleur. On initialise avec un fluide homogène. Réaliser l'expérience.

- Quel est l'état d'équilibre statistique? quel est un critère permettant de dire qu'on a atteint l'état d'équilibre statistique?
- pourquoi l'instabilité de Taylor est-elle un ingrédient central de la phénoménologie ?
- Regardez à partir de la vorticité comment les cellules de convection se forment. Y voyez-vous une manifestation de la cascade inverse d'énergie cinétique?
- Comment se fait le transport de chaleur dans le domaine ? Calculez le flux advectif vb moyen à l'aide du notebook. Equilibre-t-il Q ?
- supprimez la condition de no-slip et regardez comment le système s'équilibre. Il est important d'avoir une dissipation d'énergie sinon le système se met à stocker de l'énergie à la plus grande échelle de manière incontrôlée.
- Regarder le profil vertical moyen de buoyancy $\bar{b}(z)$. Comment est-il ? Qu'est-ce qui fixe le Δb entre le haut et le bas ?
- Comparer le Δb au gradient vertical typique loin des bords.

On cherche maintenant à trouver une paramétrisation 1D verticale du phénomène. La paramétrisation devrait

- équilibrer le flux entre le bas et le haut
- redonner le "bon" profil moyen $\bar{b}(z)$ et en particulier le "bon" Δb .

La paramétrisation serait utile pour un modèle de basse résolution pour lequel le dx serait plus grand que tout le domaine ici résolu. Le dz continuerait lui à être identique au cas présent.

- Que donnerait une paramétrisation simple basée sur une diffusion turbulente uniforme

$$\partial_t b = \partial_y (K \partial_y b) \tag{1}$$

avec $K \partial_y b = \pm Q$ aux bords?

- Comment faire pour arriver à homogénéiser $\bar{b}(z)$ au milieu du domaine tout en maintenant un gradient près des bords?

A Récapitulatif des modèles

Tous les modèles reposent sur l'hypothèse d'un écoulement 2D incompressible dont le champ de vitesse (u, v) dérive d'une fonction de courant ψ

$$u = -\partial_y \psi, \quad v = \partial_x \psi. \quad (2)$$

La fonction de courant est déterminée par la vorticité ω (ou la vorticité potentielle) via une équation elliptique de Poisson

$$\partial_{xx}^2 \psi + \partial_{yy}^2 \psi = \omega \quad (3)$$

avec $\psi = 0$ le long des bords. L'énergie cinétique est $K = \iint (u^2 + v^2)/2 \, dx dz$.

Les équations des modèles en configuration "inviscid" (non forc es, non dissipées) sont

modèle d'Euler

$$\partial_t \omega + J(\psi, \omega) = 0 \quad (4)$$

où l'on a utilisé la notation en jacobien $J(\psi, \omega) = u \partial_x \omega + v \partial_y \omega$. Les paramètres du modèles sont

- `param.model='euler'`
- variables du modèle : `['vorticity', 'psi', 'u', 'v']`
- diagnostics intégraux : `['ke', 'vorticity', 'enstrophy']`

modèle de Boussinesq

$$\partial_t \omega + J(\psi, \omega) = g \partial_x b \quad (5)$$

$$\partial_t b + J(\psi, b) = 0 \quad (6)$$

avec b la flottabilité (buoyancy). Ce modèle possède un réservoir d'énergie potentielle $P = \iint g y b \, dx dz$ couplé à l'énergie cinétique. Dans ce modèle la direction y est la direction verticale. Les paramètres sont

- `param.model='boussinesq'`
- variables du modèle `['vorticity', 'psi', 'u', 'v', 'buoyancy']`
- diagnostics `['ke', 'pe', 'energy', 'vorticity', 'enstrophy']`
- `param.gravity`

modèle quasi-geostrophique

$$\partial_t q + J(\psi, q) = 0 \quad (7)$$

$$\partial_{xx}^2 \psi + \partial_{yy}^2 \psi - R_d^{-2} \psi = q - \beta y \quad (8)$$

avec β la constante beta liée à la sphéricité de la Terre et R_d le rayon de déformation de Rossby. q est la vorticité potentielle (PV) totale, incluant la vorticité planétaire βy . L'anomalie de PV est $q' = q - \beta y$. La vorticité est $\omega = q' + R_d^{-2} \psi$. Les paramètres sont

- `param.model='quasigeostrophic'`
- variables du modèle [`pv`, `'psi'`, `'u'`, `'v'`, `'pvanom'`, `'vorticity'`]
- diagnostics [`'ke'`, `'pv'`, `'pv2'`]
- `param.beta`, `param.Rd`

Lorsqu'on active la condition de non-glissement (`param.noslip=True`) un terme source de vorticité, localisé le long des bords est ajouté. Ce terme paramétrise l'effet d'une couche limite d'épaisseur un point de grille. Il est recalculé à chaque pas de temps. Ce terme dissipe l'énergie cinétique. En pratique, il est suffisant pour équilibrer la cascade inverse d'énergie cinétique.